

Образовательный минимум - 2 по математике в 10 классе

1. Показательные уравнения и неравенства

Теория	Практика
Если $a > 1$ и $a^{x_1} < a^{x_2}$, то $x_1 < x_2$	1. Решить уравнение: а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$ б) $5^{x-7} = \frac{1}{125}$
Если $0 < a < 1$ и $a^{x_1} < a^{x_2}$, то $x_1 > x_2$	2. Поставьте в соответствие каждому неравенству множество его решений. Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам.
	А) $2^x \geq 1$ Б) $0,5^x \geq 2$ 1) $(-\infty; -1]$ 2) $(-\infty; 0]$ В) $0,5^x \leq 2$ Г) $2^x \leq 1$ 3) $[-1; +\infty)$ 4) $[0; +\infty)$

2. Логарифмы

Теория	Практика
Логарифмом положительного числа b по основанию a , где $a > 0$ и $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b . $\log_2 8 = 3$, т.к. $2^3 = 8$; $\log_a a = 1$; $\log_a 1 = 0$ $a^{\log_a b} = b$ - основное логарифмическое тождество Свойства логарифмов: $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$; $a \neq 1$	Вычислить: 1) $8^{\log_2 3}$; 2) $2 \log_{27} \lg 1000$; 3) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$; 4) $\log_{13} \sqrt[5]{169}$;
1) $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ 2) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ 3) $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$ 4) $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b$	
Формула перехода от одного основания логарифма к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ($a > 0$; $b > 0$; $c > 0$; $a \neq 1$; $c \neq 1$) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	
$\log_{10} b = \lg b$ - десятичный логарифм $\log_e b = \ln b$ - натуральный логарифм	

3. Логарифмические уравнения.

Теория	Практика
При решении уравнений находят ОДЗ – область допустимых значений. 1. Уравнение вида $\log_a f(x) = b$ при $a > 0$; $a \neq 1$ По определению логарифма $f(x) = a^b$ Пример: $\log_3 (5x - 1) = 2$ $5x - 1 = 3^2$ Ответ: $x = 2$	Решить уравнение: 1) $\log_7 (x + 3) = 2$ 2) $\log_2 (3 + x) = 3$ 3) $\log_4 (x + 6) = \log_4 (5x - 14)$ 4) $\log_3 (5 - x) = 2 \log_3 2$ 5) $\lg(x - 1) + \lg(x + 1) = 0$
2. Уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$ Пример: $\log_8 (x + 9) = \log_8 (2x - 17)$ ОДЗ $\begin{cases} x + 9 > 0 \\ 2x - 17 > 0 \end{cases}$ $x + 9 = 2x - 17$ Ответ: $x = 26$	
3. Преобразование с помощью свойств логарифмов. Пример: $\log_2 x + 2 \log_4 (x + 2) = 3$ ОДЗ $\begin{cases} x > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$ $x > 0$ $\log_2 x + \log_2 (x + 2) = 3$; $\log_2 (x \cdot (x + 2)) = 3$; $x(x + 2) = 8$ $x^2 + 2x - 8 = 0$ $x = 2$ $x = -4$ - не подходит по ОДЗ Ответ: $x = 2$	

4. Логарифмические неравенства.

Теория	Практика
1. Если $a > 1$, то $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$	Решить неравенство: 1) $\log_3 (x + 2) < 3$ 2) $\log_{\frac{1}{3}} (x - 1) \geq -2$ 3) $\lg(3x - 4) < \lg(2x + 1)$ 4) $\log_{15} (x - 3) + \log_{15} (x - 5) < 1$ 5) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 5x - 6) \geq -3$
2. Если $0 < a < 1$, то $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$	

4. Параллельность плоскостей

Теория	Практика
<p>Определение: две плоскости <i>называются параллельными</i>, если они не пересекаются.</p> <p>Признак параллельности плоскостей: если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.</p>	1. Докажите, что плоскость, проходящая через середины ребер АВ, АС и АД тетраэдра ABCD, параллельна плоскости BCD

5. Перпендикулярность прямой и плоскости

Теория	Практика
<p><i>Две прямые</i> в пространстве называются <i>перпендикулярными</i>, если угол между ними 90°.</p> <p>Прямая <i>называется перпендикулярной</i> к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.</p> <p>Признак перпендикулярности прямой и плоскости: Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.</p> <p>Длина перпендикуляра, проведенного из точки к плоскости, называется расстоянием от точки до плоскости.</p> <p>Расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью называется длина перпендикуляра, проведенного из любой точки прямой к плоскости.</p> <p>Расстоянием между параллельными плоскостями называется длина перпендикуляра, проведенного из любой точки одной плоскости из плоскостей к другой.</p> <p>Теорема о трёх перпендикулярах: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.</p> <p>Обратная теорема: прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.</p> <p>Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.</p>	<p>1. В треугольнике сумма углов А и В равна 90°. Прямая BD перпендикулярна к плоскости ABC. Докажите, что $CD \perp AC$.</p> <p>2. В тетраэдре ABCD точка М – середина ребра ВС, $AC = AB$, $DB = DC$. Докажите, что плоскость треугольника ADM перпендикулярна к прямой ВС.</p> <p>3.</p> <p>Дано: $MA \perp (ABC)$, $BD = CD$, $MD \perp BC$ Доказать: $AB = AC$</p> 